

Záróvizsga tételsor

alkalmazott matematikus MSc

A tételsor két részből áll: a törzsanyag tételekből és a szakirány tételekből. A vizsgázó a teljes tételsorból egy tételt húz, felkészülési időt követően ebből felel. Ezután a másik csoportba tartozó egyik tételből ad a bizottság egy kisebb fejezetet, melyet külön felkészülési idő biztosítása után kér számon. (A záróvizsgajegy a két tételből nyújtott teljes felelet alapján kerül megállapításra. Ha a vizsgázó bármelyik tételét nem tudja, a záróvizsgajegy elégtelen.)

A vizsgázó a záróvizsgára történő jelentkezéssel egyidőben az erre a célra rendszeresített űrlapon a törzsanyag tételek (1.-9. tételek) közül ötöt kiválaszt (a szakiránynak megfelelően néhány tétel választása kötelező), az űrlapot aláírva a Matematikai Intézet irodájában adja le. Ez a lap a záróvizsgán a bizottsághoz kerül, törzsanyag tétel csak a megjelölt tételek közül húzható, valamint törzsanyaghoz tartozó kérdés is csak a megjelölt tételekből adható.

Törzsanyag tételek

1. Véges testek és alkalmazásai

Véges testek alaptulajdonságai, karakterisztika, elemszám, résztestek, létezés és egyértelműség. Véges testek multiplikatív csoportja, primitív elem. Körosztási polinomok, irreducibilis polinomok, polinomok felbontása véges testek felett. Kódelméleti alkalmazások.

2. Gráfelmélet

Gráfok színezése, kromatikus szám, Mycielski-konstrukció, perfekt gráfok, kromatikus polinom, kromatikus index. Független, lefogó csúcshalmazok és élhalmazok. Párosítások, teljes párosítások páros és tetszőleges gráfokban.

3. Konvex optimalizálás

Szeparációs és elválasztási tételek konvex halmazokra és konvex függvényekre, következmények. Konvex függvények iránymenti deriváltja és szubgradiense, kalkulus szabályok. Konvex programozási feladatok, Kuhn-Tucker-tétel.

4. Diszkrét optimalizálás

Hozzárendelési probléma, magyar módszer. Halmazlefedési probléma. Kínai postás probléma. Utazó ügynök probléma metrikus és nem metrikus esete. Maximális folyamok hálózatokban, Ford-Fulkerson-tétel, Edmonds-Karp-tétel.

5. Ortogonális polinomok

Fourier-sorok Hilbert-terekben. Trigonometrikus Fourier-sorok pontonkénti konvergenciája. Fejér tétele. Ortogonális polinomok tulajdonságai, ortogonális polinomok szerint vett Fourier-sorok pontonkénti konvergenciája. Fourier-transzformáció. Az approximációelmélet elemei.

6. Közönséges differenciálegyenletek

Autonóm rendszerek első integráljai. A stabilitás alapfogalmai, lineáris differenciálegyenletek stabilitása, Ljapunov-függvények. Lineáris peremérték-feladatok, Green-függvény. A variációs számítás alapjai, Euler-Lagrange-egyenlet.

7. Parciális differenciálegyenletek

Lineáris és kvázilineáris másodrendű parciális differenciálegyenletek osztályozása, kanonikus alakja. Elliptikus, parabolikus és hiperbolikus egyenletekre vonatkozó feladatok (kezdeti érték feladatok, peremérték feladatok, maximum tétel).

8. Sztochasztikus folyamatok

Kolmogorov-féle alaptétel. Gauss-folyamatok, Wiener-folyamatok és tulajdonságaik. Diszkrét idejű Markov-láncok, Chapman-Kolmogorov-egyenletek, állapotok osztályozása, periodikusság, visszatérőség, stacionárius eloszlás.

9. Algoritmusok

Szélességi és mélységi keresés. Legrövidebb utak keresése (Dijkstra-, Bellman-Ford-, Floyd-Warshall-algoritmus). Minimális feszítőfák (Kruskal-, Prim-, Borůvka-algoritmus). Valószínűségi és determinisztikus prímtesztek.

Szakirány tételek (pénzügyi matematika szakirány)

10. Többváltozós statisztika

Főkomponens analízis, faktoranalízis, osztályozási módszerek (maximum likelihood és Bayes-döntés), cluster analízis (hierarchikus eljárások és k-közép módszer).

11. Opcióértékelés

Opció szerződések, opciós díjak alaptulajdonságai (tényezők, korai lehívás, korlátok, put-call paritás). A részvényárfolyamat modellezése folytonos időben, Black-Scholes-modell, Black-Scholes-egyenlet és árazási formula. Görögök, Monte Carlo szimuláció opciós díjak meghatározására.

12. Pénzügyi matematika I.

Diszkrét idejű piacok, bináris piacok, kereskedési stratégiák. Ekvivalens martingálmértékek, arbitrázmentesség és piaci teljesség fogalma, karakterizációja, opcióárazási alaptételek diszkrét idejű piacokon.

13. Pénzügyi matematika II.

Hasznosság és várható hasznosság (Arrow-Debreu-tétel és Neumann-Morgenstern-tétel), kockázatkerülés és mértéke. Optimális hasznosságú portfóliók. Mean-variance portfólióanalízis, hatékony portfóliók görbéje, tőkepiaci egyenes.

14. Biztosítási matematika

Egyéni és összetett kockázat modellje, eljárások az összkár eloszlásának meghatározására és becslésére. Kárszámmodellek, $(a,b,0)$ -típusú eloszlások, jellemzésük. Kvantilis, Value at Risk és tulajdonságai. Néhány díjkalkulációs elv.

15. Idősorok elemzése

Gyengén stacionárius folyamatok. Autokorreláció és parciális autokorreláció függvény. Wold-felbontás, lineáris idősor modellek, ARIMA folyamatok. Idősorok modellezése és előrejelzése ARIMA folyamatokkal, a Box-Jenkins-módszer.

Szakirány tételek (számítástudomány szakirány)

10. Adatbányászat

Adatbányászat fogalma, feladatai, 5-lépcsős folyamata. Mintavételezés, feltárás, módosítás. Módszerek összehasonlítása, statisztikai mutatók, grafikus eszközök. Felügyelt adatbányászat, döntési fák, neurális hálók, regresszió, legközelebbi társ módszer, SVM. Nem-felügyelt adatbányászat, asszociációs szabályok, klaszterezés.

11. WWW és hálózatok matematikája

A PageRank algoritmus, átmenetmátrixok és tulajdonságaik, a HITS algoritmus. Klaszterezési eljárások, a k-means algoritmus, gráfok klaszterei. Az internet gráfmodelljei, véletlen gráfok, Erdős-Rényi modell, Watts-Strogatz modell, Kleinberg modell, mohó algoritmus navigációra.

12. Algoritmuselmélet

Turing-gépek, rekurzív és rekurzív felsorolható nyelvek, algoritmikus eldönthetőség, Church-Turing-tézis, nevezetes eldönthetetlen nyelvek. Nemdeterminisztikus Turing-gépek, P és NP nyelvosztályok. Karp-redukció, NP-teljesség, nevezetes NP-teljes nyelvek.

13. Adatstruktúrák és algoritmusok

Nevezetes adatszerkezetek fogalma, felépítése és kezelése (keresés, beszúrás, törlés): kupacok, vermek, sorok, láncolt listák, gyökeres fák, hasítótáblák, bináris keresőfák, piros-fekete fák, B-fák, binomiális kupacok, Fibonacci-kupacok, diszjunkt halmazok.

14. Kriptográfia

Szimmetrikus kriptorendszerek, DES, AES. Nyilvános kulcsú kriptorendszerek, RSA, ElGamal, Massey-Omura. Kriptográfiai protokollok, Diffie-Hellman kulcscsere, digitális aláírás.

15. Kódelmélet

Kódelmélet alapfogalmai. Hamming-korlát, perfekt kódok, Hamming-kódok. Singleton-korlát, MDS-kódok. Reed-Solomon-kódok. Lineáris kódok, generátor- és ellenőrző mátrix, duális kód, szindróma táblázat. Ciklikus kódok jellemzése. BCH kódok konstrukciója és javításuk.
