Név:.. *Gyakorlatvezető:*.......................................

NEPTUN kód:................................. **Összpontszám:**

Gyakorló feladatok (dolgozat minta)

Elméleti kérdések

1. Mikor mondjuk, hogy egy vektorrendszer $\mathbb{R}^k$ egy bázisa? (5 pont)

2. Definiálja egy mátrix determinánsának fogalmát! (5 pont)

3. Definiálja egy $f:\ \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ függvény parciális deriváltjainak fogalmát! (5 pont)

4. Mondja ki a Bayes-tételt! (5 pont)

5. Definiálja egy diszkrét valószínűségi változó várható értékének fogalmát! (5 pont)

6. Adja megy egy $\lambda > 0$ paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változó eloszlás- és sűrűségfüggvényét! (5 pont)

Név:.. *Gyakorlatvezető:*......................................
NEPTUN kód:................................ **Pontszám:**

Feladatok

1. Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Számítsa ki A determinánsát, és oldja meg az $Ax = b$ lineáris egyenletrendszert! (10 pont)

2. Határozza meg az $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait! (10 pont)

3. Határozza meg az alábbi függvény stacionárius pontjait és lokális szélsőérték helyeit, azok típusát és nagyságát! (10 pont)

$$f(x,y) = \frac{20}{x} + \frac{50}{y} + xy \qquad (x > 0,\ y > 0).$$

4. Határozza meg az $f(x,y) = x - 2y$ függvény feltételes szélsőértékeit az $x^2 + y^2 = 1$ feltétel mellett! (10 pont)

5. Feldobunk tíz darab tízforintost. Mennyi annak a valószínűsége, hogy vagy mindegyiken írást, vagy mindegyiken fejet kapunk? (5 pont)

6. Legyen a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 0, \\ 1 - \cos x & \text{ha } 0 < x \leq \pi/2, \\ 1 & \text{ha } \pi/2 < x. \end{cases}$$

Határozzuk meg az $\eta = 2\xi + 1$ valószínűségi változó eloszlás- és sűrűségfüggvényét! (10 pont)

7. Legyen (ξ, η) egy kétdimenziós valószínűségi változó $(0,-1)$, $(0,0)$, $(0,1)$, $(2,-1)$, $(2,0)$, $(2,1)$ lehetséges értékekkel, és $P(\xi = 0, \eta = -1) = p$, $P(\xi = 0, \eta = 0) = p$, $P(\xi = 0, \eta = 1) = 2p$, $P(\xi = 2, \eta = -1) = p$, $P(\xi = 2, \eta = 0) = p$, $P(\xi = 2, \eta = 1) = 4p$ eloszlással, valamilyen $p \in \mathbb{R}$ mellett.

- Adjuk meg a (ξ, η) változóra vonatkozó kontingencia táblázatot!
- Határozzuk meg p értékét!
- Adjuk meg a ξ-hez és η-hoz tartozó peremeloszlásokat!
- Számoljuk ki ξ és η kovarianciáját!
- Független-e ξ és η? (15 pont)